



Pontifícia  
Universidade  
Católica de  
São Paulo  
Brazil



# Reflexiones Semióticas en los Números Racionales

*Jayme do Carmo Macedo Leme*  
jayme.puc@gmail.com




*Sonia Barbosa Camargo Iglori*  
siglioni@pucsp.br



# Objeto

➤ 鉛筆





# Objeto

➤ 鉛筆

➤ Arkatza





# Objeto



鉛筆



Arkatza



Pencil





## Objeto

➤ 鉛筆

➤ Arkatza

➤ Pencil

➤ Lápis





## Objeto

➤ 鉛筆

➤ Arkatza

➤ Pencil

➤ Lápis

➤ Lápiz





## Objeto

## Objeto Matemático

➤ 鉛筆



“tres cuartos”

➤ Arkatza

➤ Pencil

➤ Lápiz

➤ Lápiz



## Objeto

## Objeto Matemático

➤ 鉛筆 → “tres cuartos”

➤ Arkatza → tres cuartos

➤ Pencil

➤ Lápiz

➤ Lápiz





## Objeto

## Objeto Matemático

➤ 鉛筆 → “tres cuartos”

➤ Arkatza → tres cuartos

➤ Pencil → 0.75

➤ Lápiz

➤ Lápiz



## Objeto

## Objeto Matemático

➤ 鉛筆 → “tres cuartos”

➤ Arkatza → tres cuartos

➤ Pencil → 0.75

➤ Lápis →  $\frac{6}{8}$

➤ Lápis



## Objeto

## Objeto Matemático


- ▶ 鉛筆 → “tres cuartos”
- ▶ Arkatza → tres cuartos
- ▶ Pencil → 0.75
- ▶ Lápis →  $\frac{6}{8}$
- ▶ Lápiz →  $\frac{3}{4}$



# Objeto Matemático

Um objeto matemático, como um número ou uma função, não existe independentemente da totalidade de suas representações possíveis, mas também não deve ser confundido com qualquer representação em particular.

Otte (2006, p. 17)



# Reflexiones Semióticas en los Números Racionales

Estas reflexiones estão em conformidade com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Brasil e podem ser analisadas por meio da **Teoria de Raymond Duval**. A diversidade de registros é resultante da história da evolução de conceitos para a necessidade da resolução dos problemas. Serão tratadas discussões sobre os diferentes registros de números racionais e suas interrelações. Esse estudo resulta em atividades que podem contribuir para uma compreensão adequada sobre diferentes registros de número racional.



# INTRODUCCIÓN

- Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Brasil (1998)

o conhecimento sobre os números deve ser construído e assimilado pelo aluno, tanto num processo em que tais números aparecem como instrumento eficaz para resolver determinados problemas, mas também como **objetos de estudo em si mesmos**, considerando-se, nesta dimensão, suas propriedades, suas interrelações e o modo como historicamente foram constituídos. (p.50 -51)

# NÚMEROS COMO OBJETO DE ESTUDO

- ▶ E essa a perspectiva deste tema. Tratar o número como objeto de estudo, levando-se em conta as questões relativas às representações semióticas desse conceito. Para isso são apresentadas, inicialmente, informações da teoria de Raymond Duval sobre a representação semiótica de conceitos matemáticos e o papel que elas desempenham na aprendizagem da Matemática.
- ▶ Essa teoria toma por referência o fato de que os conceitos matemáticos só são acessíveis por meio de suas **representações semióticas** e são representados por vários registros, ou seja, além de um conceito matemático não poder ser colhido num jardim, não ter cheiro e nem cor que o identifique, no espelho ele se reflete em várias imagens.

# REGISTRO DE REPRESENTACIÓN

- ▶ Para a aprendizagem a existência de vários registros para um mesmo conceito e a ausência de congruência entre esses registros são entraves que devem ser levados em conta no ensino. Utilizar os resultados da teoria de representação de Duval para o ensino significa ter em mente que, aprender matemática é por um lado efetuar **tratamentos** no interior de um mesmo registro (efetuar operações, resolver equações, etc), mas, também, transitar de um registro a outro. Para Duval a aprendizagem de um conceito ocorre quando o aluno é capaz de distingui-lo de seus representantes . Agora, há de se concordar que isso não é fácil, dada a abstração dos conceitos matemáticos. Pode-se perguntar o seguinte:

O que há de comum entre as representações simbólicas  $\frac{1}{2}$  e 0.5?



# MARCO TEÓRICO

- ▶ As representações semióticas dos conceitos matemáticos podem ser classificadas em **simbólica**, **figural** (gráficas) ou **língua natural**. E é somente por meio dessas representações que elas tem vida.
- ▶ O número dois, por exemplo, é representado na língua portuguesa pela palavra “dois”; na representação simbólica pelos símbolos 2, II ou  $10/5$ , entre outros, e na representação figural por um desenho constando dois objetos quaisquer.




## ¿LO CAMBIO DE REGISTROS NO ES NATURAL?

No ensino de um conceito matemático, há em geral, a predominância do uso de uma das representações. Não são comuns investimentos em atividades direcionadas às mudanças de registros (em ambos os sentidos). Parece mesmo haver uma concepção de que a passagem de um registro a outro é uma ação que o aluno adquire naturalmente, o que de fato não ocorre. É necessário levar o aluno a compreender que um conceito em dois registros diferentes não são dois conceitos diferentes.



# EXPOSICIÓN DE LA PROPUESTA DE ACTIVIDADES DE INVESTIGACIÓN

- 
- 1. Sondagem sobre o tratamento.
  - 2. O uso da reta graduada como um registro de representação dos números racionais.
  - 3. Propostas de Atividades

# 1. Sondagem sobre o tratamento.

- A atividade que segue exemplifica esses fatos. Ela foi proposta a alunos da 8º ano do Ensino Fundamental, de uma escola de São Paulo (Brasil), os quais já haviam estudado operações com números racionais nas representações decimais e fracionárias:

1) Calcular  $(0,5)^2$

2) Calcular  $\left(\frac{1}{2}\right)^2$

3) Indicar qual das alternativas é a correta:


a)  $(0,5)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^2$

b)  $(0,5)^2 < \left(\frac{1}{2}\right)^2$

c)  $(0,5)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$



## - Observaciones

- ▶ Em torno de 40% dos alunos não identificaram o número um quarto nas duas representações mesmo tendo acertado o cálculo das potências. Para o pesquisador que aplicou a questão isso parecia indicar que esses alunos não realizavam com facilidade a conversão do registro decimal para fracionário ou vice-versa.
  - ▶ Deste modo, atividades que visem a identificação de números em registros diferentes devem ser propostas.
- 



# Reflexion

► É correto afirmar:

acrescentando-se zeros à direita da parte decimal de um número, esse número não se altera.

$$2.37 = 2.370000$$

# Reflexion

- ▶ É correto afirmar:

acrescentando-se zeros à direita da parte decimal de um número, esse número não se altera.

$$2.37 = 2.370000$$

- ▶ É frequente encontrar situações que, por deslize ou por simplificação são tratadas de forma indistinta as duas coisas: número (objeto) e registro de representação (representante).
  - ▶ Quando se diz “parte decimal de um número” na realidade é a parte decimal do representante do número, e quando se diz “número não se altera” aí sim se trata do próprio objeto número, ou seja, do representado. É preciso apenas estar atento que a distinção é necessária para a aprendizagem.



# Conversão de registros

- ▶ No âmbito da teoria de Duval a necessidade de se distinguir representado de representante tem sustentação em princípios relacionados a uma teoria cognitiva segundo a qual o **aprendiz terá acesso a um conteúdo matemático quando ele não mais o confundir com suas representações.**
- ▶ Há ainda que se considerar nessa teoria a necessidade de se fazer coordenação entre diferentes registros e mudança de um registro a outro, mudança essa denominada por Duval de **conversão de registros**. A conversão tem sempre dois sentidos considerando-se um registro de partida e outro de chegada. As dificuldades para realizar uma conversão são maiores ou menores dependendo do sentido. Passar do registro fracionário para o decimal é em geral mais fácil que no caso contrário.

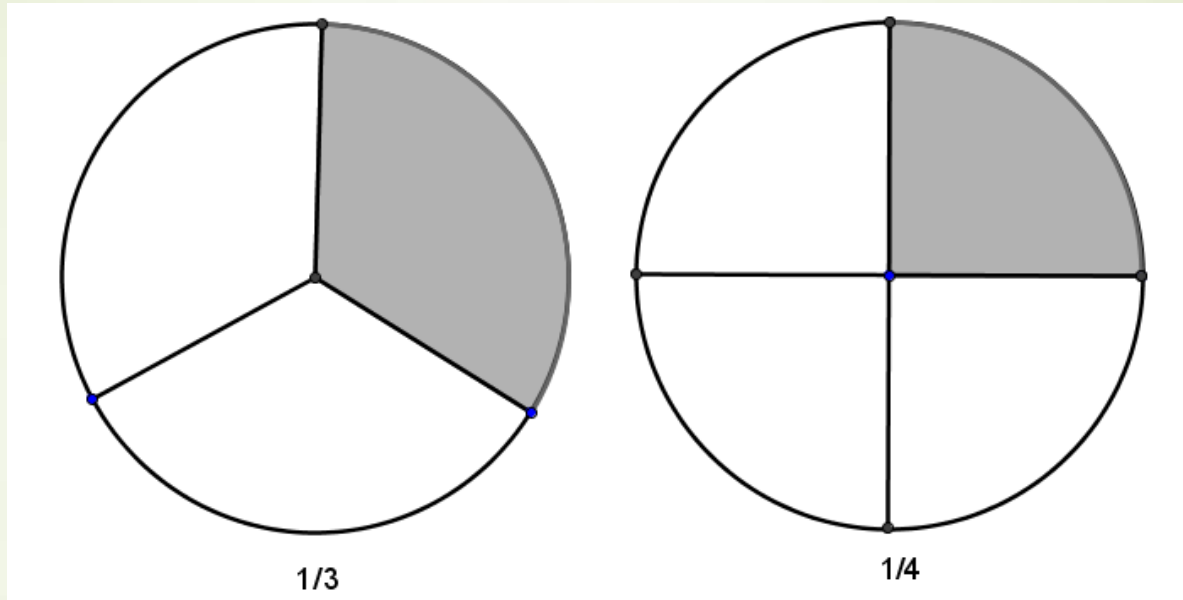




# Reflexion

- ▶ Duval chama a atenção para um fato importante na aprendizagem, que coordenar registros **não é uma ação espontânea** e que há necessidade, no ensino, de se colocar o aprendiz em diversas situações em que seja necessária a coordenação de registros. Diz ele que o fenômeno da **não congruência** dificulta, de forma significativa, a realização de **conversão de registros**.
- ▶ Exemplos: na conversão de  $25/100$  para  $0.25$  há congruência, porém na de  $25/100$  para  $1/4$  não, e por essa razão traz mais dificuldade ao aluno.

# Ejemplo de Congruencia



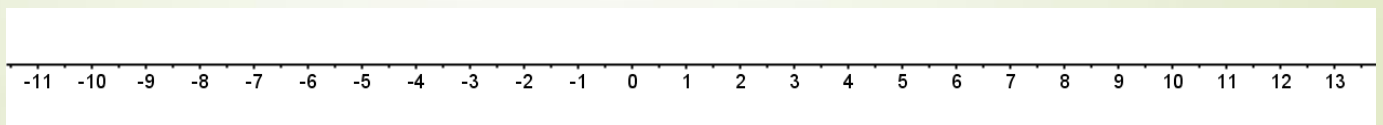
➡ ¿ $1/3$  é maior ou menor que  $1/4$  ?

## 2. O uso da reta graduada como um registro de representação dos números racionais

- Segundo os PCN (1998) há necessidade da:

**Localização na reta numérica** de números racionais e reconhecimento de que estes podem ser **expressos na forma fracionária e decimal**, estabelecendo relações entre essas representações (p.71).

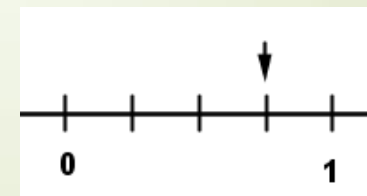
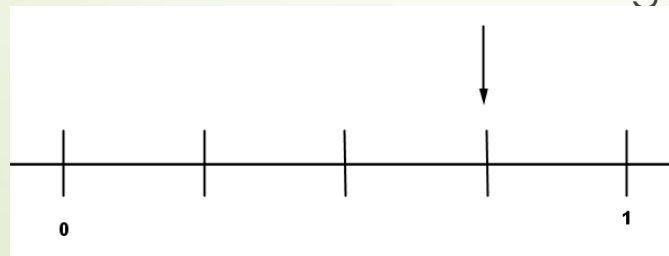
- Na França os pesquisadores Adjage e Pluinage(2000) fundamentados na teoria de Duval propõem o uso da reta graduada como registro de representação dos racionais.



## Propostas de Adjiage e Pluinage(2000)

- ▶ Esses autores propõem ir mais além do que é usualmente feito atribuindo à ela apenas o papel de ilustração. A ideia foi ampliar as possibilidades de registros de representação dos racionais demonstrando que a reta numerada pode assumir as funções de registro de representação e, portanto desempenhar um papel **conceitual**.
- ▶ Pode-se ver na Figura A um exemplo dessa potencialidade da reta numerada, os dois segmentos graduados têm tamanhos diferentes e representam o mesmo número. A igualdade está nas ações de constituição do próprio sistema da reta graduada, no caso dividir por 4 e considerar 3 das subdivisões.

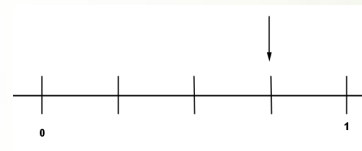
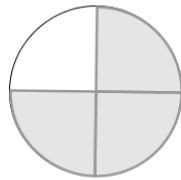
Figura A



- Um círculo e um segmento numerado como na Figura B foram apresentados a um aluno e dada a seguinte instrução: **conte!**

A reação do aluno foi passar a contar: 1, 2, 3, ...e 4, olhando o círculo. E, frente ao segmento graduado, ele reagiu perguntando: “contar o que?”

Figura B



No caso do círculo a divisão em quatro partes e as três partes coloridas fazem surgir os números 3 e 4 que vão compor o número racional  $3/4$ . No caso do segmento isso não ocorre, pois a numeração está subjacente, e é menos congruente ao desenho. Essa distanciação entre o desenho e a numeração introduz ao mesmo tempo a riqueza e as dificuldades do dispositivo da reta numerada.

(ADJIAGE e PLUVINAGE, 2000, p.46)



### 3. Propostas de Atividades

- ▶ A seguir estão indicadas atividades utilizando as representações figurais dos números racionais com vistas ao conhecimento de funções que os racionais desempenham. As figuras das atividades foram adaptadas de (ADJIAGE e PLUVINAGE 2000).

## Atividade 1

Considerar a Figura 1 abaixo

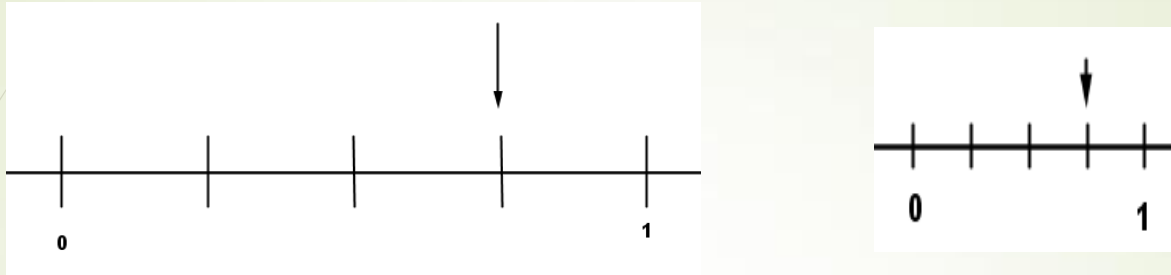


Figura 1

- Qual é o número que está representado no segmento colocado à direita?
- E o número que está indicado no segmento da esquerda?
- Qual é a relação entre esses dois números?
- Comente sua resposta para o item c.

## Atividade 2

O número  $\frac{4}{5}$  foi posicionado por um aluno conforme apresentado na Figura 2 abaixo.

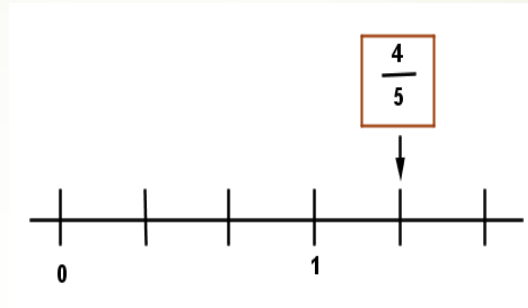


Figura 2

Esse posicionamento está correto? Explicar sua resposta.



## Atividade 3

Considerar na Figura 3 abaixo dois círculos divididos em partes iguais e sombreadas algumas delas.

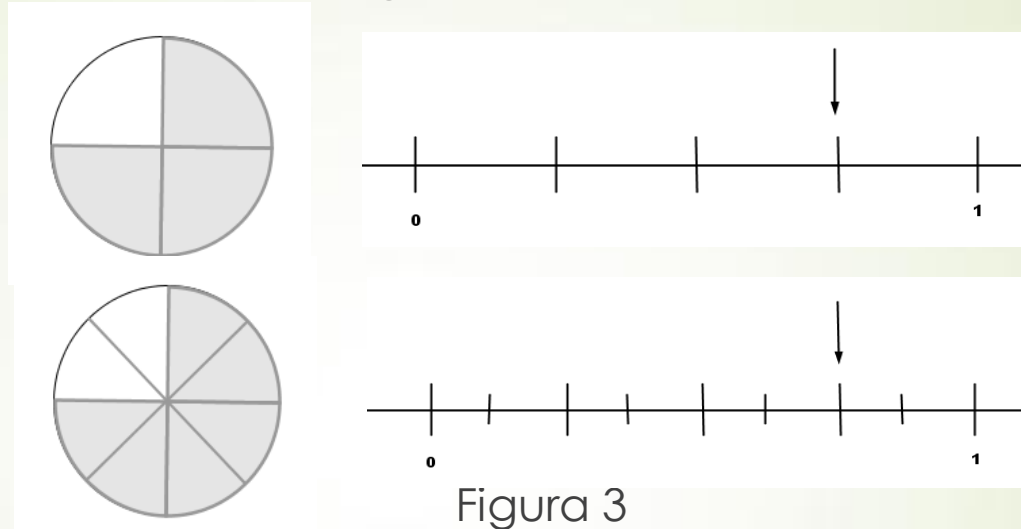


Figura 3

Pergunta-se:

- Que número as partes pintadas do círculo mais ao alto da Figura 3 representa?
- Que número representa a posição indicada pela flecha no segmento mais ao alto?
- c) Que relação há entre os dois números encontrados nos itens a e b?

## Atividade 4

Na Figura 4 os números  $\frac{3}{5}$  e  $\frac{9}{5}$  foram posicionados na reta graduada por três alunos nomeados por A, B e C. Os números pintados de cor cinza foram posicionados pelo aluno A. Os números de cor cinza mais escuro pelo aluno B. O número  $\frac{3}{5}$  que está sem cor foi posicionado pelo aluno C.

- Avaliar a resposta de cada aluno, dizendo se o posicionamento está correto ou não, e tentar explicar que raciocínio o aluno fez para os posicionamentos.
- Indicar onde você acha que o aluno C teria posicionado  $\frac{9}{5}$ .

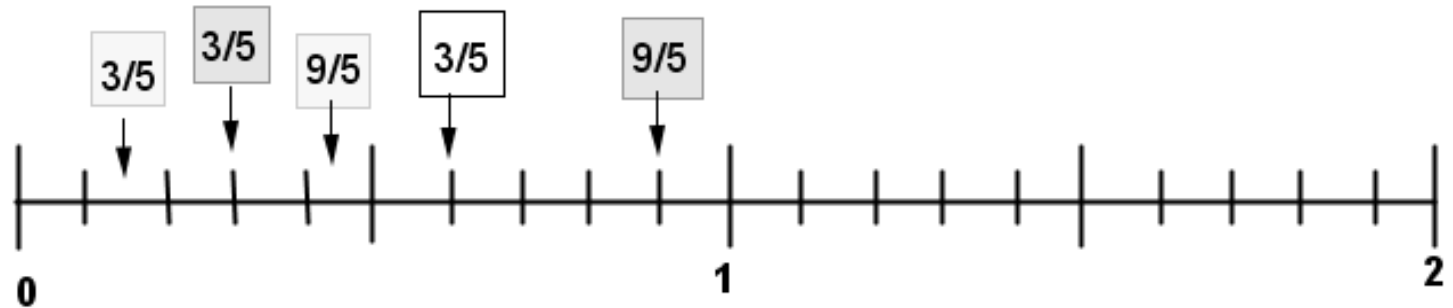
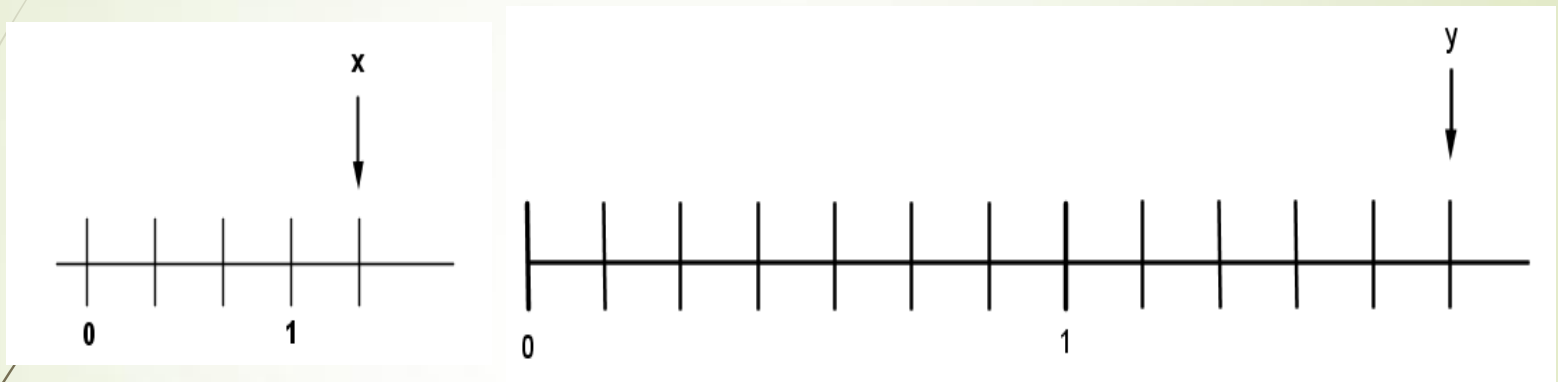


Figura 4

## Atividade 5

Considerar a Figura 5 abaixo.



- a) O número  $x$  é maior ou menor que 1? E o número  $y$ ?
- c) O número  $x$  é maior ou menor que 2? E o número  $y$ ?
- e) O número  $x$  é maior ou menor que  $y$ ?

## Atividade 6

Considerar a figura 6 abaixo.

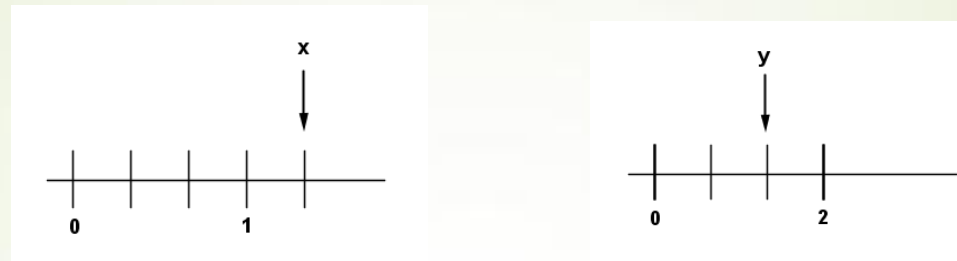


Figura 6

- Qual é o número que  $x$  representa?
- E o número  $y$ ?
- $x$  é maior, menor ou igual a  $y$ ?



# CONSIDERAÇÕES FINAIS

Estas discussões tem por pressuposto levantar reflexões e alertar sobre os diferentes registros semióticos dos número racionais, possibilitando uma compreensão e análise teórica sobre algumas peculiaridades do processo de ensino e aprendizagem de matemática.

## REFERENCIAS

- Adjiage, Robert e Pluinage, François (2000). Une registre géométrique unidimensionnel pour l'expression des rationnels. Recherches en didactique des mathématiques. *La Pensée Sauvages*. Volume 20/01. (p. 41-87). França.
- Catto, Glória Garrido (1999). Registros de representação e o número racional: uma abordagem em livros didáticos. *Dissertação de Mestrado, PUC/SP. Disponível em [http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/gloria\\_catto.pdf](http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/gloria_catto.pdf)*. Brasil
- Abar, Celina A. A. P. e Iglioni, Sonia B. C. (2012). A reflexão e a prática no ensino. *São Paulo. Blucher*. São Paulo - Brasil
- Machado, Silvia Dias Alcântara (2010). Aprendizagem em Matemática. Registros de Representação Semiótica. *Papirus. 5ª edição*. Brasil
- Santaella, L. (1999). O que é Semiótica, *São Paulo: Brasiliense*. Brasil.
- Silva (1999). Marcelo Cordeiro da. Reta graduada: Um registro de representação dos números racionais. *Dissertação de Mestrado, PUC/SP. Disponível em [http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/marcelo\\_cordeiro\\_silva.pdf](http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/marcelo_cordeiro_silva.pdf)*. Brasil.



Pontifícia  
Universidade  
Católica de  
São Paulo  
Brazil



# Reflexiones Semióticas en los Números Racionales

*Jayme do Carmo Macedo Leme*

[jayme.puc@gmail.com](mailto:jayme.puc@gmail.com)



*Sonia Barbosa Camargo Iglori*

[siglioni@pucsp.br](mailto:siglioni@pucsp.br)